

Analista Universitario en Sistemas

Probabilidad y Estadística

Práctica 5

Ing. Alejandro C. Rodríguez Costello
pubdigitalix@gmail.com

10 de noviembre de 2011

Estadística descriptiva

Ejercicio 1 *Un artículo publicado en el “Journal of Aircraft” (1988) describe el cálculo de los coeficientes de arrastre de la superficie aerodinámica NASA 0012. Para ello se utilizaron diferentes algoritmos computacionales, obteniéndose los siguientes resultados¹: 79, 100, 74, 83, 81, 85, 82, 80 y 84. Calcule:*

- La media muestral de estos datos.*
- La mediana muestral.*

Ejercicio 2 *Las siguientes mediciones corresponden a las temperaturas de un horno registradas en los lotes sucesivos de un proceso de fabricación de semiconductores (las unidades son °F): 953, 950, 948, 955, 951, 949, 957, 954 y 955. Calcule:*

- La media muestral de estos datos.*
- La mediana muestral de estos datos.*
- ¿En cuánto puede incrementarse la mayor medición de temperatura sin que cambie la mediana muestral?*

Ejercicio 3 *Se toman ocho mediciones del diámetro interno de los anillos para los pistones del motor de un automóvil. Los datos (en mm) son: 74.001, 74.003, 74.015, 74.000, 74.005, 74.002, 74.005 y 74.004. Encuentre la media y la mediana muestrales de esos datos.*

Ejercicio 4 *Considere las mediciones realizadas en los anillos para pistones del Ejercicio 3. Suponga que se elimina la observación más grande (74.015 mm). Calcule la media y la mediana muestrales para los datos restantes. Compare sus resultados con los obtenidos en el Ejercicios 3, donde se emplean las 8 mediciones.*

Ejercicio 5 *El ejemplar de enero de 1990 de “Arizona Trend” contiene un suplemento que describe los doce mejores campos de golf de Arizona, Estados Unidos. Las longitudes (en yardas) de los campos son: 6981, 7099, 6930, 6992, 7518, 7100, 6935, 7518, 7013, 6800, 7041 y 6890.*

- Encuentre la media, la mediana y la moda para las dimensiones de los campos de golf.*
- ¿Qué información transmiten estas medidas de tendencia central?*

Ejercicio 6 *Un artículo del “Journal of Structural Engineering” (Vol. 115, 1989) describe un experimento para probar la resistencia de tubos circulares con tapas soldadas en los extremos. Los primeros resultados obtenidos (en kN) son los siguientes: 96, 96, 102, 102, 102, 104, 104, 108, 126, 126, 128, 128, 140, 156, 160, 160, 164 y 170. Encuentre la media y la mediana muestrales de los datos de resistencia.*

Ejercicio 7 *Los siguientes datos son las temperaturas de unión de los “O-rings” (en °F), en cada prueba de lanzamiento o de un lanzamiento real, del motor del cohete del transbordador espacial (tomados de “Presidential Commission on the Space Shuttle Challenger Accident”, Vol. 1, págs. 129-131): 84, 49, 61, 40, 83, 67, 45, 66, 70, 69, 80, 58, 68, 60, 67, 72, 73, 70, 57, 63, 70, 78, 52, 67, 53, 67, 75, 61, 70, 81, 76, 79, 75, 76, 58 y 31.*

- Calcule la media y la mediana muestrales.*
- Encuentre los cuartiles inferior y superior de la temperatura.*

¹Los coeficientes de arrastre están dados en unidades de conteos de arrastre; esto es, un conteo equivalente a un coeficiente de arrastre de 0.0001

- c. Encuentre los percentiles quinto y noveno de la temperatura.
- d. Elimine la observación más pequeña (31°F) y vuelva a calcular lo que se pide en los incisos a), b) y c). Explique sus hallazgos. ¿Cuánto difieren las demás temperaturas de este último valor?

Ejercicio 8 En su obra “Applied Life Data Analysis” (Wiley, 1982), Wayne Nelson presenta el tiempo de ruptura de un fluido aislante entre electrodos a 34 kV. Los tiempos, en minutos, son los siguientes: 0.19, 0.78, 0.96, 1.31, 2.78, 3.16, 4.15, 4.67, 4.85, 6.50, 7.35, 8.01, 8.27, 12.06, 31.75, 32.52, 33.91, 36.71 y 72.89.

- a. Encuentre los cuartiles inferior y superior del tiempo de ruptura.
- b. Encuentre los percentiles 30 y 95 del tiempo de ruptura.
- c. Elimine la observación más grande (72.89) y vuelva a calcular las cantidades que se piden en los incisos a) y b). ¿Qué efecto tiene la eliminación de este punto?

Ejercicio 9 Encuentre los cuartiles inferior y superior de los datos de longitudes de los campos de golf del Ejercicio 5.

Ejercicio 10 Considere los datos para los coeficientes de arrastre de la superficie aerodinámica del Ejercicio 1. Calcule:

- a. La varianza muestral.
- b. La desviación estándar muestral.

Ejercicio 11 La contaminación de una pastilla de silicio puede afectar de manera importante la calidad de la producción de circuitos integrados. De una muestra de 10 pastillas se obtienen las siguientes concentraciones de oxígeno: 3.15, 2.68, 4.31, 2.09, 3.82, 2.94, 3.47, 3.39, 2.81 y 3.61. Calcule:

- a. La varianza muestral.
- b. La desviación estándar muestral.
- c. El rango de la muestra.

Ejercicio 12 Considere los datos para los anillos de pistón, del Ejercicio 3. Calcule:

- a. La varianza muestral.
- b. La desviación estándar muestral.
- c. El rango de la muestra.

Ejercicio 13 Considere los datos para anillos de pistón, del Ejercicio 3. Suponga que se elimina la observación más grande (74,015).

- a. Calcule la varianza muestral, la desviación estándar muestral y el rango de la muestra.
- b. Compare sus resultados con los obtenidos en el Ejercicio 12, donde se emplean las ocho mediciones.
- c. Para esta medición en particular, ¿cuán sensibles son la varianza muestral, la desviación estándar muestral y el rango de la muestra?

Ejercicio 14 Se toma una muestra de seis resistores y se mide su resistencia (en ohms). Los resultados son los siguientes: $x_1 = 45$, $x_2 = 38$, $x_3 = 47$, $x_4 = 41$, $x_5 = 35$, $x_6 = 43$.

- a. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral con el método abreviado para el cálculo de s^2 .
- b. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral utilizando la definición clásica para de s^2 .
- c. Reste 35 a cada una de las mediciones de resistencia originales, y calcule s^2 y s . Compare los resultados con los obtenidos en los incisos a) y b).
- d. Si los valores de resistencia fueran 450, 380, 470, 410, 350 y 430 ohms, ¿es posible utilizar los resultados de los incisos anteriores para hallar s^2 y s ?

Ejercicio 15 Considere los datos sobre tiempos de ruptura, del Ejercicio 8. Calcule:

- a. La varianza muestral.
- b. La desviación estándar muestral.

c. El rango de la muestra.

Ejercicio 16 Considere los datos sobre los O-ring del transbordador espacial, dados en el Ejercicio 7.

a. Calcule el recorrido muestral.

b. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.

Ejercicio 17 Un fabricante de gasolina investiga el “tiempo de arranque en frío” del motor de un automóvil. Para un vehículo de prueba obtiene los siguientes tiempos (en segundos): 1.75, 1.92, 2.62, 2.35, 3.09, 3.15, 2.53, 1.91.

a. Calcule el rango muestral.

b. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.

Ejercicio 18 Un artículo del “Transactions of the Institution of Chemical Engineers” (Vol. 34, 1956, pág. 280-293) presenta datos obtenidos de un experimento donde se investigó el efecto de varias variables de un proceso sobre la oxidación en fase de vapor del naftaleno. La siguiente es una muestra del porcentaje de conversión de moles de naftaleno a anhídrido maleico: 4.2, 4.7, 4.7, 5.0, 3.8, 3.6, 3.0, 5.1, 3.1, 3.8, 4.8, 4.0, 5.2, 4.3, 2.8, 2.0, 2.8, 3.3, 4.8, 5.0.

a. Calcule el rango muestral

b. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.

Ejercicio 19 Considere los datos del proceso químico que aparecen en el Ejercicio 18.

a. Calcule de nuevo el rango muestral, la varianza muestral y la desviación estándar muestral, pero antes reste 1.0 a cada observación.

b. Compare sus resultados con los obtenidos en el Ejercicio 18. ¿Existe algo “especial” con respecto a la constante 1.0, o es posible seleccionar de esa manera arbitraria otra constante que produzca los mismos resultados?

Ejercicio 20 Las cinco primeras desviaciones con respecto a la media muestral de un conjunto de seis observaciones de medición de resistencias son -2, 3, 7, 4 y -1.

a. ¿Cuál es el valor de la sexta desviación con respecto a la media?

b. Proporcione una muestra que tenga las desviaciones anteriores con respecto a la media. ¿Cuántas muestras pueden construirse con esta característica?

c. Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.

Ejercicio 21 Un artículo publicado en *Technometrics* (Vol. 19, 1977, pág. 425) presenta los datos siguientes sobre el octanaje de varias mezclas de gasolina:

88.5	87.7	83.4	86.7	87.5	91.5	88.6	100.3	96.5	93.3
94.7	91.1	91.0	94.2	87.8	89.9	88.3	87.6	84.3	86.7
84.3	86.7	88.2	90.8	88.3	98.8	94.2	92.7	93.2	91.0
90.1	93.4	88.5	90.1	89.2	88.3	85.3	87.9	88.6	90.9
89.0	96.1	93.3	91.8	92.3	90.4	90.1	93.0	88.7	89.9
89.8	89.6	87.4	88.4	88.9	91.2	89.3	94.4	92.7	91.8
91.6	90.4	91.1	92.6	89.8	90.6	91.1	90.4	89.3	89.7
90.3	91.6	90.5	93.7	92.7	92.2	92.2	91.2	91.0	92.2
90.0	90.7								

Construya un diagrama de tallo y hoja en pantalla para estos datos.

Ejercicio 22 Los datos siguientes representan el número de ciclos transcurridos hasta que se presenta una falla en una prueba de piezas de aluminio sujetas a un esfuerzo alternante repetido de 21000 psi a 18 ciclos por segundo:

1115	1567	1223	1782	1055	798	1016	2100	910	1501
1310	1883	375	1522	1764	1020	1102	1594	1730	1238
1540	1203	2265	1792	1330	865	1605	2023	1102	990
1502	1270	1910	1000	1608	2130	706	1315	1578	1468
1258	1015	1018	1820	1535	1421	2215	1269	758	1512
1315	845	1452	1940	1781	1109	785	1260	1416	1750
1085	1674	1890	1120	1750	1481	885	1888	1560	1642

- a. Construya un diagrama de tallo y hoja en pantalla para visualizar estos datos.
- b. ¿Existe evidencia de que una pieza “sobrevivirá” más allá de los 2000 ciclos? Justifique su respuesta.

Ejercicio 23 La siguiente tabla presenta el porcentaje de algodón en un material utilizado para la fabricación de camisas para caballeros. Construya un diagrama de tallo y hoja en pantalla para estos datos.

34.2	33.6	33.8	34.7	37.8	32.6	35.8	34.6
33.1	34.7	34.2	33.6	36.6	33.1	37.6	33.6
34.5	35.0	33.4	32.5	35.4	34.6	37.3	34.1
35.6	35.4	34.7	34.1	34.6	35.9	34.6	34.7
36.3	36.2	34.6	35.1	33.8	34.7	35.5	35.7
35.1	36.8	35.2	36.8	37.1	33.6	32.8	36.8
34.7	35.1	35.0	37.9	34.0	32.9	32.1	34.3
33.6	35.3	34.9	36.4	34.1	33.5	34.5	32.7

Ejercicio 24 Los datos siguientes representan el rendimiento de 90 lotes consecutivos de un sustrato cerámico, en el que se ha aplicado un recubrimiento metálico mediante un proceso de depositación por vapor. Construya un diagrama de tallo y hoja para estos datos.

94.1	93.2	90.6	91.4	88.2	86.1	95.1	90.0	92.4	87.3
86.6	91.2	86.1	90.4	89.1	87.3	84.1	90.1	95.2	86.1
94.3	93.2	86.7	83.0	95.3	94.1	97.8	93.1	86.4	87.6
94.1	92.1	96.4	88.2	86.4	85.0	84.9	78.3	89.6	90.3
93.1	94.6	96.3	94.7	91.1	92.4	90.6	89.1	88.8	86.4
85.1	84.0	93.7	87.7	90.6	89.4	88.6	84.1	82.6	83.1
84.6	83.6	85.4	89.7	87.6	85.1	89.6	90.0	90.1	94.3
97.3	96.8	94.4	96.1	98.0	85.4	86.6	91.7	87.5	84.2
85.1	90.5	95.6	88.3	84.1	83.7	82.9	87.3	86.4	84.5

Ejercicio 25 Un artículo publicado en *Quality Engineering* (Vol. 4, 1992, págs. 487-495) presenta datos de viscosidad de un lote de cierto proceso químico. La siguiente es una muestra de estos datos.

13.3	14.9	15.8	16.0	14.5	13.7	13.7	14.9
15.3	15.2	15.1	13.6	15.3	14.5	13.4	15.3
14.3	15.3	14.1	14.3	14.8	15.6	14.8	15.6
15.2	15.8	14.3	16.1	14.5	13.3	14.3	13.9
14.6	14.1	16.4	15.2	14.1	15.4	16.9	14.4
14.3	15.2	14.2	14.0	16.1	15.2	16.9	14.4
13.1	15.9	14.9	13.7	15.5	16.5	15.2	13.8
12.6	14.8	14.4	15.6	14.6	15.1	15.2	14.5
14.3	17.0	14.6	12.8	15.4	14.9	16.4	16.1
15.2	14.8	14.2	16.6	16.8	14.0	15.7	15.6

- a. Construya un diagrama de tallo y hoja para los datos de viscosidad.
- b. Convierta el diagrama de tallo y hoja del inciso anterior en un diagrama de tallo y hoja ordenado. Utilice este diagrama como ayuda para localizar la mediana y las cuartiles inferior y superior de los datos de viscosidad.
- c. ¿Cuáles son los cuartiles 90 y 10 de la viscosidad?

Ejercicio 26 Construya una distribución de frecuencias y un histograma para los datos de viscosidad del Ejercicio 25.

Ejercicio 27 Construya una distribución de frecuencias y un histograma para los datos de octanaje del Ejercicio 21. Utilice ocho clases.

Ejercicio 28 Construya una distribución de frecuencias y un histograma con los datos de fallas del Ejercicio 22.

Ejercicio 29 Construya una distribución de frecuencias y un histograma para los datos de contenido de algodón del Ejercicio 23.

Ejercicio 30 Construya una distribución de frecuencias y un histograma para los datos de rendimiento del ejercicio 24.

Ejercicio 31 La prevención de fisuras por fatiga en la estructura de las aeronaves es un elemento muy importante de la seguridad de estos medios de transporte. Un estudio de ingeniería para investigar las fisuras por fatiga en $n = 9$ alas con carga arrojó las siguientes longitudes para las fisuras (en mm): 2.13, 2.96, 3.02, 1.82, 1.15, 1.37, 2.04, 2.47, 2.60.

- Calcule la mediana muestral.
- Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.
- Prepare un diagrama de caja para estos datos.

Ejercicio 32 Los datos siguientes son mediciones de intensidad solar directa (en Watts/m²) realizadas en distintos días en una localidad al sur de España: 562, 869, 708, 775, 775, 704, 809, 856, 655, 806, 878, 909, 918, 558, 768, 870, 918, 940, 946, 661, 820, 898, 935, 952, 957, 693, 835, 905, 939, 955, 960, 498, 653, 730 y 753.

- Construya un histograma para estos datos.
- Calcule la media muestral.
- Calcule la mediana muestral.
- Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.
- Prepare un diagrama de caja para estos datos.
- Analice los resultados.

Ejercicio 33 Un artículo publicado en *Human Factors* (junio 1989) presenta datos de acomodamiento visual (una función del movimiento del ojo) cuando se reconoce un patrón de manchas sobre la pantalla de un tubo de rayos catódicos (TRC) de alta resolución. Los datos son: 36.45, 67.90, 38.77, 42.18, 26.72, 50.77, 39.30 y 49.71.

- Construya un diagrama de caja para estos datos.
- En el artículo también aparecen datos provenientes de un segundo experimento, donde se utilizó una pantalla de baja resolución. Los datos son 8.85, 35.80, 26.53, 64.63, 9.00, 15.38, 8.14 y 8.24. Prepare un diagrama de caja para esta segunda muestra y compárela con la primera. ¿Qué puede concluir con respecto a la resolución del TRC en esta situación?

Ejercicio 34 Convierta el diagrama de tallo y hoja del Ejercicio 22 en un diagrama de tallo y hoja ordenado.

- Encuentre los cuartiles inferior y superior así como la mediana muestral.
- Encuentre el percentil 95.
- Prepare un diagrama de caja para estos datos.

Ejercicio 35 Los datos siguientes representan la temperatura (en °F) del fluido de descarga de una planta para el tratamiento de aguas negras durante varios días consecutivos:

43	47	51	48	52	50	46	49
45	52	46	51	44	49	46	51
49	45	44	50	48	50	49	50

- Calcule la media muestral y la mediana.
- Calcule la varianza muestral y la desviación estándar muestral.
- Construya un diagrama de caja para estos datos y discuta la información que éste ofrece.
- Encuentre los percentiles 5 y 95 de la temperatura.

Ejercicio 36 El College of Engineering and Applied Science, de la Arizona State University, tiene un sistema de cómputo VAX. Los tiempos de respuesta (registrados en orden) para 20 trabajos consecutivos (batch) son los siguientes (de arriba abajo y de izquierda a derecha).

5.3	6.2	8.5	12.4
5.0	5.9	4.7	3.9
9.5	7.2	11.2	8.1
10.1	10.0	7.3	9.2
5.8	12.2	6.4	10.5

Construya e interprete una gráfica de series de tiempo para estos datos.

Ejercicio 37 En una prueba de laboratorio se mide la fuerza de tirantez de un conector. Los siguientes son los datos obtenidos² para 40 muestras bajo prueba:

241	225	220	195	249	199	209	190
258	248	194	255	251	183	212	175
237	203	245	245	238	213	185	178
210	195	209	235	210	236	187	175
194	249	201	220	198	245	218	190

- Construya una gráfica de series de tiempo para estos datos.
- Construya e interprete un diagrama de dígitos y líneas para estos datos.

Ejercicio 38 A continuación aparece el número anual de manchas solares, de 1770 a 1869 de Wolfer³.

1770	101	1795	21	1820	16	1845	40
1771	82	1796	16	1821	7	1846	62
1772	66	1797	6	1822	4	1847	98
1773	35	1798	4	1823	2	1848	124
1774	31	1799	7	1824	8	1849	96
1775	7	1800	14	1825	17	1850	66
1776	20	1801	34	1826	36	1851	64
1777	92	1802	45	1827	50	1852	54
1778	154	1803	43	1828	62	1853	39
1779	125	1804	48	1829	67	1854	21
1780	85	1805	42	1830	71	1855	7
1781	68	1806	28	1831	48	1856	4
1782	38	1807	10	1832	28	1857	23
1783	23	1808	8	1833	8	1858	55
1784	10	1809	2	1834	13	1859	94
1785	24	1810	0	1835	57	1860	96
1786	83	1811	1	1836	122	1861	77
1787	132	1812	5	1837	138	1862	59
1788	131	1813	12	1838	103	1863	44
1789	118	1814	14	1839	86	1864	47
1790	90	1815	35	1840	63	1865	30
1791	67	1816	46	1841	37	1866	16
1792	60	1817	41	1842	24	1867	7
1793	47	1818	30	1843	11	1868	37
1794	41	1819	24	1844	15	1869	74

- Construya una gráfica de series de tiempo para estos datos.
- Construya e interprete un diagrama de dígitos y líneas para estos datos.

Ejercicio 39 En su libro *Forecasting and Time Series Analysis*, segunda edición (McGrawHill, 1990), D.C. Montgomery, L.A. Johnson y J.S. Gardiner analizan los siguientes datos, los cuales corresponden al número total de millas recorridas, por mes, por pasajeros de aeronaves en el Reino Unido, durante el periodo 1964-1970 (en millones de millas).

²De no haber aclaraciones adicionales el orden es el mismo para todos los ejercicios

³Para un análisis e interpretación interesante de estos números, consulte el libro *Time Series Analysis, Forecasting, and Control* (Holden-Day, 1976), G.E.P. Box y G.M. Jenkins. El análisis presentado por estos autores requiere un conocimiento avanzado de la estadística así como de la construcción de modelos estadísticos.

	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
Ene.	7.296	8.350	8.186	8.334	8.639	9.491	10.840
Feb.	6.775	7.829	7.444	7.899	8.772	8.919	10.436
Mar.	7.819	8.829	8.484	9.994	10.894	11.607	13.589
Abr.	8.371	9.948	9.864	10.078	10.455	8.852	13.402
May.	9.069	10.638	10.252	10.801	11.179	12.537	13.103
Jun.	10.248	11.253	12.282	12.953	10.588	14.759	14.933
Jul.	11.030	11.424	11.637	12.222	10.794	13.667	14.147
Ago.	10.882	11.391	11.577	12.426	12.770	13.731	14.057
Sep.	10.333	10.665	12.417	13.281	13.812	15.110	16.234
Oct.	9.109	9.396	9.637	10.366	10.857	12.185	12.389
Nov.	7.685	7.775	8.094	8.730	9.290	10.645	11.594
Dic.	7.682	7.933	9.280	9.614	10.925	12.161	12.772

a. Dibuje una gráfica de series de tiempo para estos datos y explique cualquier característica de éstos que sea evidente.

b. Construya e interprete un diagrama de dígitos y líneas para estos datos.

Ejercicio 40 Los siguientes datos corresponden a las ventas mensuales, en miles de botellas, de champagne, en Francia (1962-1969).

Año	Mes	Ventas	Año	Mes	Ventas	Año	Mes	Ventas
1962	Ene.	2.851	1963	Ene.	2.541	1964	Ene.	3.113
	Feb.	2.672		Feb.	2.475		Feb.	3.006
	Mar.	2.755		Mar.	3.031		Mar.	4.047
	Abr.	2.721		Abr.	3.266		Abr.	3.523
	May.	2.946		May.	3.776		May.	3.986
	Jun.	3.036		Jun.	3.230		Jun.	3.260
	Jul.	2.282		Jul.	3.028		Jul.	1.573
	Ago.	2.212		Ago.	1.759		Ago.	3.528
	Sep.	2.922		Sep.	3.595		Sep.	5.211
	Oct.	4.301		Oct.	4.474		Oct.	7.614
	Nov.	5.764		Nov.	6.838		Nov.	9.254
	Dic.	7.132		Dic.	8.357		Dic.	5.375
1965	Ene.	3.088	1966	Ene.	4.292	1967	Ene.	3.957
	Feb.	3.718		Feb.	4.154		Feb.	4.510
	Mar.	4.514		Mar.	4.121		Mar.	4.276
	Abr.	4.520		Abr.	4.647		Abr.	4.968
	May.	4.539		May.	4.753		May.	4.677
	Jun.	3.663		Jun.	3.965		Jun.	3.523
	Jul.	1.643		Jul.	1.723		Jul.	1.821
	Ago.	4.739		Ago.	5.048		Ago.	5.222
	Sep.	5.428		Sep.	6.922		Sep.	6.873
	Oct.	8.314		Oct.	9.858		Oct.	10.803
	Nov.	10.651		Nov.	11.331		Nov.	13.916
	Dic.	3.633		Dic.	4.016		Dic.	2.639
1968	Ene.	2.899	1969	Ene.	3.162			
	Feb.	3.370		Feb.	4.286			
	Mar.	3.740		Mar.	4.676			
	Abr.	2.927		Abr.	5.010			
	May.	3.986		May.	4.874			
	Jun.	4.217		Jun.	4.633			
	Jul.	1.738		Jul.	1.659			
	Ago.	5.221		Ago.	5.591			
	Sep.	6.424		Sep.	6.981			
	Oct.	9.842		Oct.	9.851			
	Nov.	13.076		Nov.	12.670			
	Dic.	3.934		Dic.	7.933			

a. Dibuje una gráfica de series de tiempo y comente cualquier característica de los datos revelada por la gráfica.

b. Construya e interprete un diagrama de dígitos y líneas para estos datos.