Función distribución acumulada de X

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(u)\,du$$

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x.f_X(x)\,dx$$

$$V(X) = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_X)^2.f_X(x)\,dx$$

Distribución uniforme continua

Si la f.d.p. de X es $f_X(x) = \frac{1}{b-a}$ entonces:

$$\mu_X = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Distribución normal

$$f_X(x;\mu;\sigma) = \frac{1}{2.\pi.\sigma}.e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2.\sigma^2}}$$

$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \sigma^2$$

$$Z(\mu=0,\sigma=1) = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$$

Aproximación normal a v.a. X binomial de parámetros n, p

$$Z = \frac{X-n.p}{n.p.(1-p)}$$

Z aproxima a X, tanto mejor según crecen $n.p$ y $n.p.(1-p)$

Aproximación normal a v.a. X $\sim$ Poisson, parámetro λ

$$Z = \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$$

Aproximación normal a v.a. X binomial de parámetros n, p

$$Z = \frac{X-n.p}{n.p.(1-p)}$$

Z aproxima a X, tanto mejor según crecen $n.p$ y $n.p.(1-p)$

Distribución exponencial X asociada a Poisson de parámetro λ

La f.d.p. de X es $f_X(x;\lambda) = \lambda.e^{-\lambda.x}$, para $0 \leq x \leq \infty$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Distribución Erlang X de parámetro r, asociada a Poisson de parámetro λ

La f.d.p. de X es $f_X(x;\lambda;r) = \frac{\lambda^r.x^{r-1}.e^{-\lambda.x}}{(r-1)!}$

$$E(X) = \frac{r}{\lambda}$$

$$V(X) = \frac{r}{\lambda^2}$$

Función gamma

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1}.e^{-x}\, dx$$

$$E(X) = \frac{r}{\lambda}$$

$$V(X) = \frac{r}{\lambda^2}$$

X con f.d.p. $f_X(x; \lambda\ r) = \frac{\lambda^r.x^{r-1}.e^{-\lambda.x}}{\Gamma(r)}$ tiene una distribución **gamma** con parámetros λ y r.

$$E(X) = \mu_x = \frac{r}{\lambda}$$

$$V(X) = \sigma_x^2 \frac{r}{=} \lambda^2$$

Distribución de Weibull

Sea X con f.d.p. $f_X(x; \delta; \beta) = \frac{\beta}{\delta}.(\frac{x}{\delta})^{\beta-1}.e^{-(\frac{x}{\delta})^{\beta}}$
La f.d. acumulada de X es $F_X(x) = 1 - e^{-(\frac{x}{\delta})^{\beta}}$

$$E(X) = \delta.\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})$$

$$V(X) = \delta^2.\Gamma(1 + \frac{2}{\beta}) - \delta^2.[\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})]^2$$

Probabilidad conjunta

La función de probabilidad conjunta de las v.a. discretas X e Y, $f_{XY}(x, y)$ cumple:

- $f_{XY}(x, y) \geq 0$
- $\sum_x \sum_y f_{XY}(x, y) - 1$
- $f_{XY}(x, y) = P(X = x, Y = y)$

Funciones de probabilidad marginal

$$f_X(x) = P(X = x) = \sum_{R_x} f_{XY}(x, y)$$

$$f_Y(y) = P(Y = y) = \sum_{R_y} f_{XY}(x, y)$$

$$E(X) = \mu_X = \sum_x x.f_X(x) = \sum_x \sum_{R_x} x.f_{XY}(x, y)$$

$$V(X) = \sigma_X^2 = \sum_x (x - \mu_X)^2.f_X(x) = \sum_x \sum_{R_x} (x - \mu_X)^2.f_{XY}(x, y)$$

Funciones de probabilidad condicional

$$f_{Y|x}(y) = \frac{f_{XY}(x, y)}{f_X(x)}, f_X \geq 0$$

$$E(Y|x) = \mu_{Y|x} = \sum_{R_x} y.f_{Y|y}(y)$$

$$V(Y|x) = \sigma_{Y|x}^2 = \sum_{R_x} (y - \mu_{Y|x})^2.f_{Y|x}(y)$$

Independencia

X e Y son independientes $\Leftrightarrow$
$f_{XY}(x,y)=f_X(x).f_Y(y),\forall x,y \Leftrightarrow$
$f_{Y|x}(y)=f_Y(y),\forall x,y|f_X(x)\geq 0 \Leftrightarrow$
$f_{X|y}(x)=f_X(x),\forall x,y|f_Y(y)\geq 0 \Leftrightarrow$
$P(X=x,Y=y)=f_X(x).f_Y(y),\forall x,y$

Probabilidad conjunta multivariable

$X_1,X_2,\cdots,X_p$ v.a. discretas con probabilidad conjunta $f_{X_1X_2\cdots X_p}(x_1,x_2,\cdots,x_p)$
La función de probabilidad marginal de X_i es:

$$f_{X_i}(x_i)=P(X_i=x_i)=\sum_{R_{x_i}} f_{X_1X_2\cdots X_p}(x_1,x_2,\cdots,x_p)$$

$$E(X_i)=\sum_{R} x_i.f_{X_1X_2\cdots X_p}(x_1,x_2,\cdots,x_p)$$

$$V(X_i)=\sum_{R} (x_i-\mu_{x_i})^2.f_{X_1X_2\cdots X_p}(x_1,x_2,\cdots,x_p)$$

La función de probabilidad marginal de $X_1X_2\cdots X_k, k\leq p$ es:

$$f_{X_1X_2\cdots X_k}(x_1,x_2,\cdots,x_k)=P(X_1=x_1,X_2=x_2,\cdots,X_k=x_k)$$

$$=\sum_{R_{x_1,x_2,\cdots,x_k}} P(X_1=x_1,X_2=x_2,\cdots,X_k=x_k)$$

Distribución multinomial

$$P(X_1=x_1,X_2=x_2,\cdots,X_k=x_k)=\frac{n!}{x_1!.x_2!.\cdots.x_k!}.p_1^{x_1}.p_2^{x_2}.\cdots.p_k^{x_k}$$

$$E(X_i)=n.p_i$$

$$V(X_i)=n.p_i.(1-p_i)$$