Probabilidad y Estadística
AUS – Instituto Politécnico Superior – 2011

Autoevaluación.

Problema 1.
a) La probabilidad de que el primer caramelo en comerse sea el de menta es un suceso cuya probabilidad puede ser calculada por la probabilidad de La Place, es decir, casos favorables sobre casos posibles.

$$P(X=1) = \frac{1}{8}$$

b) Para calcular la probabilidad de que el tercero sea el de menta, debemos exigir que el primero en sacar no sea de menta, y el segundo en sacarse tampoco debe ser de menta; por lo tanto:

$$P(X=3) = \frac{7}{8}*\frac{6}{7}*\frac{1}{6} = \frac{1}{8}$$

c) Sea la variable aleatoria discreta X = "la posición en que se come el caramelo de menta"; X pertenece a una distribución discreta uniforme de parámetro p=1/8 , porque todas las posiciones poseen la misma probabilidad de ocurrencia.

Problema 2.
D="La pieza elegida es defectuosa"
I="La pieza elegida se hizo las instrucciones"
NI="La pieza elegida se hizo sin seguir las instrucciones"
P(D | I) = 0,1 P(D | NI) = 0,3
P(I) = 90% = 0,9 P(NI) = 10% = 0,1

a) Para hallar la proporción de todas las piezas producidas aplicamos el Teorema de Probabilidad Total:
P(D) = P(D | I)* P(I) + P(D | NI)*P(NI)=
= 0,1 * 0,9 + 0,3 * 0,1 = 0,09 + 0, 03 = 0,12
Es decir, el 12% de todas las piezas producidas es defectuosa.

b) Para hallar la probabilidad de que el obrero no haya seguido las intrucciones, sabiendo que la pieza elegida es defectuosa, aplicamos el Teorema de Bayes:
P(NI | D) = P(D | NI)* P(NI) / P(D)=
= 0,3 * 0,1 / 0,12 = 0,25

Problema 3.
Sea la v.a.d. X = "cantidad de disparos que el francotirador SWAT acierta al realizar 4 disparos".
i) Cada disparo puede acertar o errar (ensayo de Bernoulli).
ii) La probabilidad p=0,8 de acertar permanece constante.
iii) Un disparo no afecta la probabilidad de los otros (disparos independientes entre sí).
Entonces podemos decir que X~Bi(p = 0,8 ; n = 4)

$$P(X=x) = \binom{n}{x}*p^x*q^{n-x}$$

$$a.\ P(X=2) = \binom{4}{2}*0{,}8^2*0{,}2^2 = 6*0{,}64*0{,}04 = 0{,}1536$$

$$b.\ P(X\geqslant 1) = 1-P(X=0) = 1-\binom{4}{0}*0{,}8^0*0{,}2^4 = 1-1*1*0{,}0016 = 0{,}9986$$

Problema 4.
Sea X = "número de transacciones realizadas hasta que se produce la tercer falla".
i) Cada transacción puede ser exitosa o una falla (ensayos de Bernoulli).
ii) La probabilidad $p=10^{-8}$ de ser una falla permanece constante para todas las transacciones.
iii) Las transacciones son eventos independientes entre sí.
Entonces podemos decir que X~BN(p=0,2 ; r=3), es decir, X pertenece a una distribución de probabilidad Binomial Negativa.
a. La parte a nos pide el número promedio de transacciones que esperamos realizar previas a la tercer falla, en otra palabras, nos pide la esperanza de X.

$$\mu = \frac{r}{p} = \frac{3}{10^{-8}} = 3*10^{8} \ \ transacciones$$

$$b. \ \ \sigma^2 = \frac{rq}{p^2} = \frac{3*0{,}99999999}{10^{-16}} = 2{,}99999997*10^{16} \ \ transacciones^2$$

Problema 5.
Sea la v.a.d. X = "número de accidentes de tránsito en cierta sección de autopista en un intervalo de una semana". Se sabe que X ~ Po(λ = 2).
λ = 2 accidentes (en una semana)

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}*\lambda^x}{x!}$$

$$a. P(X=0) = \frac{e^{-2}*2^0}{0!} = e^{-2} \approx 0{,}13534$$

Antes de empezar con la parte b del problema debemos realizar el ajuste de lambda para que coincida con el nuevo intervalo. Lambda ajustada será:
λ = 4 accidentes (en 2 semanas)

$$\begin{aligned} b. P(X\leqslant 3) &= P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3) = \\ &= \frac{e^{-4}*4^0}{0!} + \frac{e^{-4}*4^1}{1!} + \frac{e^{-4}*4^2}{2!} + \frac{e^{-4}*4^3}{3!} = \\ &= e^{-4}*\left(\frac{1}{1} + \frac{4}{1} + \frac{16}{2} + \frac{64}{6}\right) = e^{-4}*\frac{71}{3} \approx 0{,}43347 \end{aligned}$$

Problema 6.
Sea X = "número de botellas de vino fermentado en una muestra de tamaño 4".
Entonces podemos decir que X ~ H(N=12; n=4; k=3)

$$P(X=x)=\frac{\binom{k}{x}*\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$a. P(X=0)=\frac{\binom{3}{0}*\binom{9}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{1*126}{495} = \frac{14}{55} \approx 0{,}25455$$

$$P(X=1)=\frac{\binom{3}{1}*\binom{9}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{3*84}{495} = \frac{28}{55} \approx 0{,}50909$$

$$P(X=2)=\frac{\binom{3}{2}*\binom{9}{2}}{\binom{12}{4}} = \frac{3*36}{495} = \frac{12}{55} \approx 0{,}21818$$

$$P(X=3)=\frac{\binom{3}{3}*\binom{9}{1}}{\binom{12}{4}} = \frac{1*9}{495} = \frac{1}{55} \approx 0{,}01818$$

Por lo tanto:

X	0	1	2	3	4
f(x)	14/55	28/55	12/55	1/55	0

b. $\mu = n*p = n*\frac{k}{N} = 4*\frac{3}{12} = 1$ *botella.*

$$\sigma^2 = n*p*q*\left[\frac{N-n}{N-1}\right] = 4*\frac{1}{4}*\frac{3}{4}*\left[\frac{12-4}{12-1}\right] = \frac{3}{4}*\frac{8}{11} = \frac{6}{11} \approx 0{,}54545 \ botellas^2$$